

PËRDORIMI I MODELIMEVE EKONOMIKE MATEMATIKORE NË ANALIZËN E TREGUESVE PRODUKTIVË DHE NDIKIMI I TYRE NGA FAKTORËT USHQIMORË NË FERMAT E GJEDHIT PËR QUMËSHT

THE USE OF MATHEMATICAL-ECONOMIC MODELING ANALYSIS OF INDICATORS BY FACTORS INFLUENCE PRODUCTIVE AND FOOD IN BOVINE MILK FARMS

MAJLINDA BELEGU¹, ENKELEJDA SALLAKU², PARASHQEVI RRAPO¹, SILVANA MUSTAJ¹

¹ Departamenti i Matematikës dhe i Informatikës, Universiteti Bujqësor i Tiranës

² Departamenti i Prodhimit Shtazor, Universiteti Bujqësor i Tiranës

Email: majlindabelegu@yahoo.com

PËRMBLEDHJE

Në këtë artikull publikohet analiza ekonomike e ndikimit të dy faktorëve ushqimorë në prodhimin e qumështit dhe përdorimi i funksioneve të prodhimit në sektorin blegtoral. Qëllimi kryesor i këtij punimi është përdorimi i metodave bashkëkohore në analizën ekonomike të përdorimit të burimeve e konkretizuar kjo për fermat e vogla familjare. Sot zhvillimi i qëndrueshëm i fermave bujqësore dhe veçanërisht atyre blegtorale kërkon optimizimin e prodhimit dhe njëkohësisht analizën e vazhdueshme të faktorëve ekonomikë dhe teknikë ndikues. Metoda kryesore e përdorur gjatë studimit është përdorimi i funksionit të prodhimit Cobb-Douglas për të analizuar ndikimin e faktorëve ushqimorë (struktura e racionit ushqimor; ushqim vëllimor dhe koncentrat) mbi prodhimin e qumështit në gjedhë. Mbi të gjitha, teoria ekonomike dhe logjika thellësisht matematike ku ajo mbështetet janë dy drejtimet kryesore të trajtimeve të funksioneve të prodhimit Cobb - Douglas në këtë artikull. Në bazë të të dhënave të mbledhura nga ferma janë ndërtuar izokuantet ose kurbat me output konstant, vijat e pseudoshkallës, rruga e zgjerimit etj. Ky studim rivërteton dhe njëherë se përdorimi i sistemit vëllimor të të ushqyerit të gjedhit, në kushtet e vendit tonë përbën faktorin primar në rritjen e efektivitetit ekonomik të fermave. Në përfundim të studimit është vërtetuar se të ardhurat maksimale si dhe fitimi maksimal në fermën e gjedhit të qumështit arrihen në të njëjtën pikë të rrugës së zgjerimit ku kostoja është minimale.

Fjalë kyçe: strukturë optimale, prodhim qumështi, faktorë të të ushqyerit, vijat e pseudoshkallës, prodhim optimal.

SUMMARY

This article analyses the influence of two nutritional factors of milk production and the use of the production functions in the farming sector. The main purpose of the project is to use contemporary methods for economic analyses of the use of resources (inputs), more specifically in small family farms. Nowadays in order to have a sustainable development of the agricultural farms, especially the livestock farms, it requires an economic optimization, as well as continuous analyses of economic and technical of influential factors. The main method used on the above mentioned study is the ones of Cobb-Douglas production function. This method analyses the impact of nutritional factors (the structure of the nutritive ration; wet, dead, concentrate) on bovine milk production. As illustrated in the article the economic theory combined with the deep mathematic logic are two main directions for the treatment of production functions. Based on the data collected from the farm, the isoquants or constant output curves, the pseudo scale lines, expansion path, etc, are drawn. As a result, the study demonstrates that the maximum profits, as well as the maximum income, are reached at the same point in the expansion path, where the cost is minimal.

Key words: optimal structure, milk production, nutritive factors, the pseudo scale lines, optimal production.

HYRJE

Zhvillimi i qëndrueshëm i blektorisë sot kërkon jo vetëm rritjen e numrit të krerëve për çdo njësi ekonomike; por ndërkohë edhe rritjen e efektivitetit të tyre ekonomik. Raca Laramane e zezë është mbizotëruese në popullatën e gjedhit për qumësht në zonën e ulët dhe fushore të vendit tonë.

Megenëse ndikojnë shumë faktorë të mbarështimit dhe kryesisht të ushqyerit, aftësitë gjenetike prodhuese të saj shfrytëzohen ende në një shkallë të ulët. Në këtë kontekst u ndërmor ky studim i cili kishte si qëllim kryesor përdorimin e metodave bashkëkohore në analizën ekonomike të përdorimit të inputeve për rritjen e efektivitetit ekonomik dhe uljen e kostos së prodhimit të qumështit në fermat blegtorale.

MATERIALI DHE METODA

Për këtë qëllim u studiua një popullatë e lopëve të racës Laramane e Zezë në një fermë blegtorale të rrethit Lushnjë. Janë analizuar dhe përpunuar të dhënat e të ushqyerit dhe ata produktivë për një periudhë 4 vjeçare; treguesit e të ushqyerit, struktura mesatare e racionit, konsumi mesatar ditor fizik i ushqimit dhe treguesit e prodhimit, prodhimi

mesatar ditor i qumështit për çdo muaj, prodhimi mesatar ditor i qumështit për çdo vit.

Çmimet e ushqimeve janë çmimet më të ulta të tregut pasi mungojnë çmimet zyrtare të tyre. Pas përpunimit të të dhënave u ndërtua funksioni konkret i prodhimit dhe u bë analiza e prodhimit të qumështit në funksion të dy faktorëve prodhues (ushqim vëllimor dhe koncentrat). (Tabela 1 dhe 2)

Në Tabelat 1 dhe 2 paraqiten struktura e ushqimeve, kostoja dhe vlera ushqimore për fermën e analizuar.

Funksioni i prodhimit u kërkuar në trajtën,

$$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$$

U përdor metoda e regresionit linear për përcaktimin e $\log A, \alpha, \beta$ duke përdorur paketën e programeve ekonometrike kompjuterike të SPSS. Rezultoi që modeli është i përshtatshëm dhe u gjetën përkatësisht vlerat:

$$A=1.1805731, \alpha=0.558, \beta=0.394$$

ku x_1 është sasia e njësisve të ushqimit vëllimor, x_2 është sasia e njësisve të koncentratit dhe y është sasia e njësisve të prodhimit të qumështit.

Ushqimet	Nj.U./	Lekë/	Lekë/	% e ushqimeve
	Kg fizik	Kg fizik	Kg NjU	
Jonxhë e njomë	0,18	3,5	19,4	21,0
Lolium+ hasëlle	0,12	4,0	33,0	8,0
Silazh misër kalli	0,32	17,0	53,0	20,0
Lakër foragjere	0,18	7,0	39,0	-
Silazh pranveror	0,18	14,0	78,0	3,0
Panxhar	0,26	10,0	38,0	5,0
Terfil	0,17	3,5	24,0	7,5
Të njoma				64,5
Bar i thatë i ndryshëm	0,40	14,0	35,0	1,5
Peletë kashte	0,28	7,0	25,0	1,5
Kashtë e fermentuar	0,22	5,0	23,0	0,5
Të thata				3,5
Misër, hime, tagjira	1,00	30,0	30,0	18,0
Bërsi luled. + pambuku	0,85	40,0	47,0	8,0
Sojë dhe bërsi soje	1,10	50,0	45,5	6,0
Koncentrate				32

Tab.1:Të dhëna për vlerën ushqimore, koston dhe strukturën e ushqimeve

Nr	Ushqimi vëllimor	Koncentrati	Qumështi
1	8638.4	2354.2	3975.5
2	8630.9	2349.5	3972.4
3	8508.9	2271.8	3888.7
4	8677	2281.2	3886.8
5	8638.4	2336	3881.2
6	9749	2635.7	4464.1
7	9602.7	2679.7	4445
8	9836.8	2679.8	4462.1
9	9884.2	2621.9	4456
10	9605.6	2624.9	4449.1
11	9824.6	2621.9	4459
12	9578.3	2746.6	4436
13	9608.7	2682.7	4451
14	9815.5	2679.7	4362.7
15	9800.4	2676.6	4458.2
16	9806.4	2685.7	4463.1
17	9560	2624.9	4261.4
18	9566.1	2618.8	4373.9

Tab. 2: Sasia mesatare vjetore e ushqimit

Përshtatshmëria e modelit

Kemi përdorur analizën shumë faktoriale. Morëm logaritmet natyrore të dy anëve

$$\ln y = \ln A + \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$$

Shënuam:

$$\ln y = y', \ln A = b_0, \alpha = b_1, \beta = b_2,$$

$$\ln x_1 = x_1', \ln x_2 = x_2'$$

Atëherë morëm modelin linear: $y' = b_0 + b_1 x_1' + b_2 x_2'$

Rezultatet përmblendhëse të regresionit janë paraqitur në tabelat 3 dhe 4.

$R^2=96.3\%$ tregon se të dy faktorët e pavarur, ushqimi vëllimor dhe koncentratit përcaktojnë rreth 96 % të variacionit të qumështit. Meqenëse koeficienti i përgjithshëm i korrelacionit $R=0.981$ është shumë afër njëshit, atëherë shkalla e varësisë midis prodhimit të qumështit nga njëra anë dhe dy faktorëve të pavarur nga ana tjetër është shumë e madhe.(Tabela 3)

Është vërtetuar hipoteza mbi rëndësinë e përgjithshme të regresionit dhe është treguar, që të paktën një nga variablat, jep informacion për prognozën e y-it, domethënë modeli është i dobishëm për parashikimin e vlerave të y-it.

Variacioni i prodhimit të qumështit ose ndryshimi i prodhimit mund të konsiderohet i shpjeguar relativisht mirë nga ndryshimi në variablat e pavarura, sepse vlera R^2 e përshtatshmërisë është rreth 0.95, e cila është e kënaqshme. Analiza e variancës ANOVA tregon që modeli është i rëndësishëm. Ajo është e rëndësishë së

lartë me një F statistike rreth 195.098. (Tabela 4). Numri i Durbin-Watsonit 2.046 plotëson kriterin e testit Durbin-Watson duke treguar që nuk ka probleme autokorrelacioni në modelin e regresionit. Gjithashtu, është vërtetuar hipoteza mbi rëndësinë e parametrave të modelit.

Nxjerrja e formulave të përgjithshme për kryerjen e një analize të plotë ekonomike në rastin kur funksioni i prodhimit është funksion prodhimi Cobb-Douglas me dy faktorë.

Funksioni Cobb–Douglas në rastin e një outputi dhe dy inputeve ka trajtën:

$$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta \quad (1)$$

Modeli i plotë faktor-faktor dhe faktor-produkt në rastin e përgjithshëm është:

$$\text{Ekuacioni i izokuantit është: } x_2 = A^{-\beta^{-1}} y^{\beta^{-1}} x_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} \quad (2)$$

$$\text{Ekuacioni i izokostove është: } x_2 = \frac{C}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \quad (3)$$

Meqenëse $x_1 > 0$ dhe $x_2 > 0$, izokostot janë segmente paralele në kuadrantin e parë pa skajet e tyre që ndodhen në boshtet koordinative.

Pjerrësia e tyre është e barabartë me $-\frac{p_1}{p_2}$.

$$\text{Ekuacioni i rrugës së zgjerimit është: } x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{p_1}{p_2} x_1 \quad (4)$$

Ekuacionet e “vijave” të pseudoshkallës janë ekuacionet e mëposhtme:

$$V_1 : x_2 = \left(\frac{p_1}{A \alpha p_y} \right)^{\frac{1}{\beta}} x_1^{\frac{1-\alpha}{\beta}} \quad (5)$$

$$V_2 : x_2 = \left(\frac{p_2}{A \beta p_y} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} x_1^{\frac{\alpha}{1-\beta}}$$

Është vërtetuar që dy vijat e pseudoshkallës priten në një pikë të rrugës së zgjerimit.

Kemi nxjerrë (*)

$$C^* = (\alpha + \beta) A^{-\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_2}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$\text{dhe } y^* = \frac{1}{A^{1-(\alpha+\beta)} p_y^{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_2}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}} \quad (6)$$

Është vërtetuar që funksioni i fitimit F ka maksimum për y^* e dhënë në barazimin (6), ose C^* e dhënë nga

barazimi (*) dhe arrihet për vlerat e x_1^*, x_2^* të dhëna

nga barazimet:
$$\begin{cases} x_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{C^*}{p_1} \\ x_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{C^*}{p_2} \end{cases} \quad (7).$$

$$F_{maks} = \frac{\frac{1}{A^{1-(\alpha+\beta)}} \frac{1}{p_y^{1-(\alpha+\beta)}}}{\left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{1-(\alpha+\beta)} \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{1-(\alpha+\beta)}} \left[1 - (\alpha + \beta)\right]$$

Modeli 1	Shuma e katrorëve të	Numri i shkallëve të lirisë	Mesatarja e katrorëve për regresionin	F
Regresionit	0.05382	2	0.02691	195.098
Gabimeve	0.002069	15	0.0001379	
Totali	0.05589	17		

Tab. 3 Analiza e variancës (ANOVA) e analizës së regresionit për funksionin e prodhimit të qumështit në varësi të dy faktorëve ushqimorë

Modeli	Koefficientët e pastandartizuar		Koefficientët e standartizuar	t	Siguria	95% intervali i besimit	
	B	Gabimi standart	Beta			Kufiri i poshtëm	Kufiri i sipërm
Konstantja b_0	0.166	0.077		2.132	0.677	-1.059	1.390
b_1	0.558	0.172	0.546	3.244	0.005	0.191	0.925
b_2	0.394	0.149	0.446	2.650	0.018	0.077	0.710

Tab. 4 Rezultatet e analizës së regresionit për funksionin e prodhimit të qumështit)

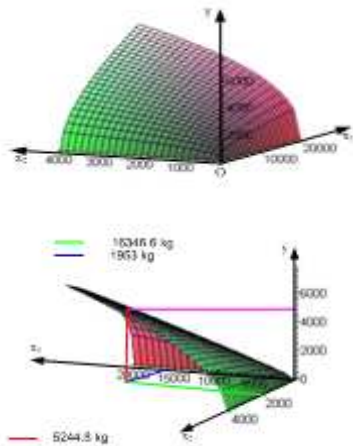


Figura 1. Funksioni i prodhimit

Me anën e formulës së fundit mund të njehsohet direkt maksimumi i fitimit duke përdorur kombinimin e inputeve me kosto minimale në nivelin e outputit y^* .

Është provuar që pika (x_1^*, x_2^*) ndodhet në secilën "vijë" të pseudoshkallës tek (5). Është vërtetuar që fitimi maksimal dhe të ardhurat maksimale arrihen në të njëjtën pikë (x_1^*, x_2^*) të rrugës së zgjerimit ku kostoja është minimale.

Funksioni konkret i prodhimit

Kështu, funksioni i prodhimit është:

$$y = 1.1805731 x_1^{0.558} x_2^{0.394}, \quad A=1.1805731, \quad \alpha=0.558, \beta=0.394. \quad (\text{Figura 1})$$

Çmimet janë : $p_1 = 5.55, p_2 = 32.8, p_y = 31$. Është vërtetuar që:

Ekuacioni i izokuantit është:

$$x_2 = 1.1805731 \Gamma^{0.394^{-1}} y^{0.394^{-1}} x_1^{-\frac{0.558}{0.394}}$$

Ekuacioni i izokostove është: $x_2 = \frac{C}{32.8} - \frac{5.55}{32.8} x_1$

Ekuacioni i rrugës së zgjerimit është: $x_2 = \frac{2.1867}{18.3024} x_1$.

(Figura 2)

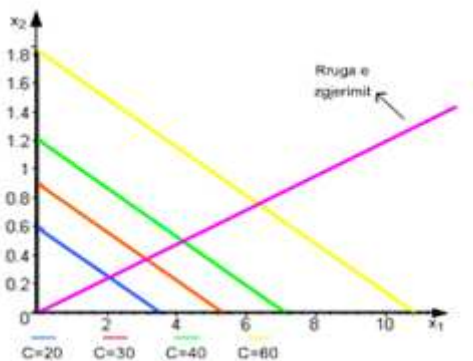


Figura 2. Paraqitja e vijave të izokostove dhe e rrugës së zgjerimit për funksionin

$$y = 1.1805731x_1^{0.558}x_2^{0.394}$$

Ky ekuacion paraqet gjysmëdrejtëzën me origjinë origjinën e sistemit koordinativ dhe vektor drejtues

vektorin $\left\{1, \frac{2.1867}{18.3024}\right\}$. Ekuacionet e “vijave” të

pseudoshkallës janë ekuacionet e vijave të mëposhtme:

$$V_1 : x_2 = \left(\frac{5.55}{1.18057310.558 \cdot 31}\right)^{\frac{1}{0.394}} x_1^{\frac{0.442}{0.394}}$$

$$V_2 : x_2 = \left(\frac{32.8}{1.18057310.394 \cdot 31}\right)^{-\frac{1}{0.606}} x_1^{\frac{0.558}{0.606}}$$

Nga rasti i përgjithshëm u tregua që fitimi maksimal arrihet nëse :

$$y^* = \frac{(1.1805731)^{\frac{1}{0.048}} (31)^{\frac{0.952}{0.048}}}{\left(\frac{5.55}{0.558}\right)^{\frac{0.558}{0.048}} \left(\frac{32.8}{0.394}\right)^{\frac{0.394}{0.048}}}$$

nga ku gjejmë $y^* = 5244.7605$ kg

ose nga formula e trajtuar në rastin e përgjithshëm:

$$y = \left[A p_y^{\alpha+\beta} \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^\beta \right]^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}} \text{ duke zëvendësuar}$$

vlerat e $\alpha, \beta, A, p_y, p_1$ dhe p_2

Kosto minimale është: $C = 154783.3717$

Vlerat e inputeve x_1 dhe x_2 janë

$$\begin{cases} x_1 = 163466427 \\ x_2 = 1953033679 \end{cases} \quad (8)$$

Treguam që maksimumi i fitimit arrihet për vlerat e inputeve të dhëna nga barazimet (8).

(Figura 3) Në figurën 3 zona e hijezuar paraqet zonën me rëndësi ekonomike për prodhuesin.

Përfundimisht kemi që :

racioni ditor sipas vlerave të inputeve x_1 dhe x_2 (përkatësisht ushqimi vëllimor dhe koncentrat) do të jetë :

$$\begin{cases} x_1 = 44.78532249 \text{ kg} \\ x_2 = 5.354041866 \text{ kg} \end{cases}$$

Duke arsyetuar në lidhje me çmimin e ushqimit vëllimor dhe të ushqimit të njomë e të thatë sipas ekuacionit:

$$5.55 \cdot 16346.6427 = 4.9t + 7.8 (16346.6427 - t)$$

përcaktojmë se ushqimi i njomë do të jetë 34.74723293 kg ndërsa ushqimi i thatë do të jetë 10.03808956 kg gjatë një viti .

Në një ditë racioni ushqimor do të jetë:

Ushqimi i njomë = 34.74723293 kg

Ushqimi i thatë = 10.03808956 kg

Koncentrat = 5.354041866 kg

Prodhimi i qumështit për një lopë do të jetë 5244.7605 kg në një vit ndërsa në një ditë do të jetë 14.36920685 kg.

Në përqindje për racionin ditor do të kemi që do të jepen : 69.30130323 % ushqim i njomë, 20.02037659 % ushqim i thatë dhe 10.67832019 % koncentrat të 50.13936436 kg ushqim në ditë. Në rastin e përgjithshëm është treguar që të ardhurat maksimale arrihen për të njëjtat sasi të inputeve ku arrihet fitimi maksimal.

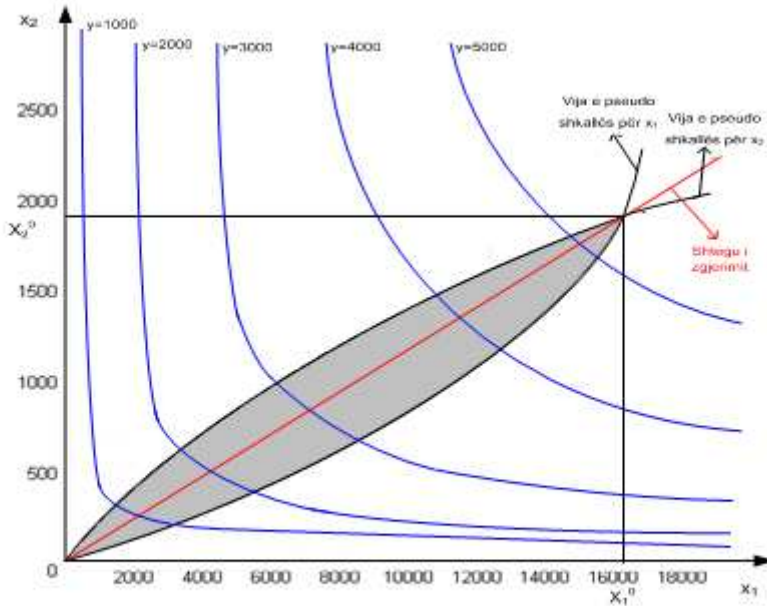


Figura 3. Modeli i plotë faktor-faktor për funksionin e prodhimit $y = 1.180573x_1^{0.558}x_2^{0.394}$

PËRFUNDIME DHE REKOMANDIME

Nga studimi ynë u arriten përfundimet e mëposhteme.

Pas kryerjes së analizave të hollësishe ekonomike duke përdorur gjërësisht metodat matematikore u vërtetua që prodhimi optimal përcaktohet nga

formula:
$$y^* = \frac{\frac{1}{A^{1-(\alpha+\beta)}} \frac{\alpha+\beta}{p_y^{1-(\alpha+\beta)}}}{\left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}}}$$

Fitimi maksimal për nivele mesatare prodhimi qumështi në fermat tona blegtorale është vërtetuar që përcaktohet me këtë formulë:

$$F_{maks} = \frac{\frac{1}{A^{1-(\alpha+\beta)}} \frac{1}{p_y^{1-(\alpha+\beta)}}}{\left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}}} [1-(\alpha+\beta)].$$

Gjithashtu kosto minimale përcaktohet nga formula:

$$C^* = (\alpha + \beta) A^{-\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Në rastin e përgjithshëm është treguar që të ardhurat maksimale arrihen për të njëjtat sasi të inputeve ku

arrihet fitimi maksimal. Zbatimi i funksioneve të prodhimit Cobb-Douglas krijon mundësi për kryerjen e analizave ekonomike të fermave të mbarshtrimit të lopëve për qumësht.

Aplikimi i këtyre formulave dhe analiza e plotë ekonomike rivërteton që tipi më i përshtatshëm i të ushqyerit për kushtet e vendit tonë është tipi i të ushqyerit vëllimor. Gjithashtu nxjerrim si përfundim që shpenzimet e ushqimeve për fermat e prodhimit të qumështit nuk duhet të kalojnë 40-60 % të shpenzimeve të përgjithshme.

LITERATURA

1. Bruce R. Beattie, C. Robert Taylor.(1998). The economics of Production. Ch. 5, p. 179- 221.
2. Cobb, C. W., P. H. Douglas (1928). A Theory of Production. American Economic Review 18, p. 139-168
3. David L. Debertin (1986). Agricultural Production Economics, p 230-233.
4. Denis G. Zill, Michael R. Cullen (1992) Differential Equations with Boundary-Value Problems, p 649- 656.
5. Färe, R., D. Primont. (1995). Multi-output Production and Duality, chapter 4-5.
6. Greene, William (1993). Econometric Analysis, Chapter 2, 3, 4, 10, 11.

7. Heady, E. O., J. L. Dillon (1961) Agricultural Production Functions, p 430-437.
8. Henrieta Themelko (1998). *Ekonomia e Prodhimit Bujqësor*, faqe 107-136.
9. Howitt, Richard E. (1995). Positive Mathematical Programming. *American Journal of Agricultural Economics*. 77
10. Knut Sydsaeter, Peter J. Hammond. *Mathematics for Economic Analysis*. Ch 18, p 650-684, p. 572-593.
11. Mundlak, Y. (1996), "Production Function Estimation: Reviving the Primal", *Econometrica*, 64, 431-438.
12. Peter J. Lambert. *Advanced Mathematics for Economists. Static and Dynamic Optimization*. p 114-139.
13. Richard Wateman (1999). Cobb-Douglas Production Function
14. Sabah Sena (2005). *Të ushqyerit praktik të gjedhit të qumështit*
15. Silberberg, E. (1990) *The Structure of Economic: A Mathematical Analysis*, p 120, 132, 142, 178, 240, 244, 247, 251, 311.
16. Sydsaeter, Knut, Peter Hammond (2002). *Essential Mathematics for Economic Analysis*.
17. Tafaj, M. (1999): *Të ushqyerit e gjedhit (Cikël leksionesh)*.
18. Tafaj, M.; Bogdani Dh & Nakuçi P. (1986): *Mbi nivelin dhe strukturën e të ushqyerit të lopëve për prodhimtari të lartë qumështi*. *Bul. Shkenc. Zoot. Vet.*, 2, 3 – 24