

SYNTHESIS OF A FOUR BAR MECHANISM FOR A LIMITED VARIATION IN THE VELOCITY RATIO

SINTEZA E MEKANIZMIT KATËRHALLKËSH PËR NJË NDRYSHIM TË KUFIZUAR TË RAPORTIT TË SHPEJTËSIVE

MIRANDA KULLOLLI^{*-a}, ODISE KOÇA^{*-a}, LEONARD ÇOMENI^{*-b}

^a Departamenti i Mekanikës, Fakulteti i Inxhinierisë Mekanike, Tiranë, Shqipëri

^b Departamenti i Strukturave Mekanike, Fakulteti i Ndërtimit, Universiteti Politeknik i Tiranës, Shqipëri
Email: kullolli_m@yahoo.com

AKTET IV, 2: 214-218, 2011

PERMBLEDHJE

Sinteza lidhet me saktësimin e përmasave të hallkave të mekanizmit i cili duhet të japë disa parametra kinematike të kërkuar në dalje. Mund të projektohet mekanizmi për kërkesa të ndryshme. Në disa aplikime të mekanizmave katër hallkash me çernierë (nyjetesë), kërkohet që raporti i shpejtësisë këndore të bilancierit (shilorit) me atë të manivelës (bërrylakut) të ketë një ndryshim të kufizuar prej vlerës maksimale të këshilluar në një zonë të caktuar të këndit të rrotullimit të manivelës. Ekziston një zonë brenda së cilës raporti i shpejtësisë është thuajse uniform. Maksimumi i kësaj zone, për një dyshim të vogël të raportit të shpejtësive, përfshin vlerat kufitare. Qëllimi i punës është të bëhet një sintezë, për një raport të dhëne shpejtësie dhe një ndryshim të paracaktuar të raportit mbi një zonë. Analiza jep një grup ekuacionesh jolineare. Është zhvilluar një algoritëm për zgjidhjen e këtyre ekuacioneve.

Fjalët kyçe: sinteza, manivelë, bilancier, raporti i shpejtësive..

SUMMARY

Synthesis is related to specifying the dimensions of the links of a mechanism to yield a certain output requirements. It is possible to design a four bar mechanism for different output requirements. In some applications of the four bar linkage, it is required that the ratio of angular velocity of the rocker to that of the crank to have a limited variation from a maximum prescribed value over a specified range of the crank rotational angle. There is a region within which the velocity ratio is almost uniform. The maximum length of region, for a limited variation in the velocity ratio, includes the extreme values. The purpose of this work is to present a synthesis for a prescribed velocity ratio and a predetermined velocity ratio variation over a certain region.

The analysis yields a group of highly nonlinear ordinary equations. An algorithm is developed for solving these equations.

Key words: synthesis, crank, rocker, velocity ratio

HYRJE

Mekanizmat katërhallkësh plan (rrafshor) me çernierë (nyjetesë) janë komponentë shumë të përdorshëm në makina, pasi kanë një numër të madh përmasash, ndryshimi i të cilave lejon fleksibilitet më të madh në projektim. Prodhimi i saktë i lëvizjes që duam prej mekanizmave katërhallkësh ndodh shumë rrallë; me sintezën e

mekanizmave katërhallkësh ne marrim lëvizje të përafërt me atë që duam.

Nga mekanizmat kërkohet të ndjekin një trajektore të caktuar dhe të kalojnë sa më afër të jetë e mundur nëpër pikat e dëshiruara. Për disa mekanizma është e rëndësishme që ata të kalojnë nëpër pika specifike, ndërsa për

mekanizma të tjerë është më e rëndësishme të ndjekin trajektoren.

Sinteza lidhet me përcaktimin e përmasave të hallkave të mekanizmit për të dhënë një lëvizje të kërkuar në dalje të tij. Kjo ka një rëndësi praktike. Dy janë rrugët e sintezës së mekanizmave katërhallkësh:

1. **pozicioni i saktë:** njihet pozicioni nëpër të cilin duam të kalojë mekanizmi; në përgjithësi këtu përdoren metodat grafike të sintezës. Nëse pozicionet janë më shumë se tri, atëherë zgjidhja bëhet më e vështirë dhe përdoren programet kompjuterike për bërjen e sintezës.
2. **optimizimi i trajektores:** në këtë rrugë zgjidhen një numër i madh pozicionesh dhe minimizohet devijimi (shmangia) i mekanizmit prej këtyre pikave; këtu përdoren teknika të optimizimit numerik, pra përdoret kompjuteri.

Mund të projektohen mekanizma katërhallkësh me çernierë për lëvizje të ndryshme në dalje sipas kërkesave të parashtruara të tilla, si:

- funksion prodhues (gjenerues) i cili kënaq disa pozicione pikash,
- optimizimin e këndit të transmisionit,
- zhvillimin e lakoreve të hallkës lidhëse (bjellës) e kështu me radhë.

Nisemi nga pozicionet fundore, raporti i shpejtësisë këndore të bilancierit (shlorit) me atë të hallkës udhëheqëse a manivelës rritet deri sa arrin vlerën maksimale; më tej ai do të zvogëlohet dhe do të bëhet zero në pozicionin tjetër fundor. Mund të ndryshohen gjatësitë e hallkave, të tilla që të kemi raportet e kërkuara të shpejtësisë. Ekziston një zonë brenda së cilës raporti i shpejtësive është pothuajse uniform (i njëtrajtshëm) [1].

Qëllimi është të bëjmë një sintezë për një raport shpejtësie të përcaktuar, dhe për një ndryshim të dhënë të raportit të shpejtësive sipër një farë zonë [2, 3, 4].

Kinematika e mekanizmit katër hallkësh

Për mekanizmin katër hallkësh të dhënë në fig. 1 duke u bazuar në metodën e sintezës analitike [1] shkruajmë relacionin vektorial:

$$\vec{E} + \vec{C} = \vec{S} + \vec{R} \quad (1)$$

Kemi shënuar me θ - këndi i rrotullimit të manivelës; ϕ - këndi i rrotullimit të bilancierit; C - gjatësia e hallkës lidhëse; E - gjatësia e manivelës; R - gjatësia e bilancierit; S - distanca ndërmjet akseve të rrotullimit të manivelës dhe bilancierit; n - raporti i shpejtësive; n^* - maksimumi i raportit të shpejtësive.

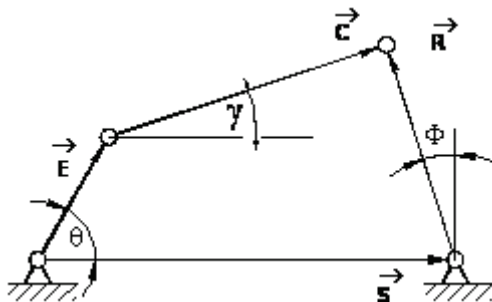


Figura 1. Mekanizmi katër hallkësh

Projektojmë vektorët sipas boshteve koordinatave x e y dhe ekuacioni (1) shkruhet:

$$E \cos \theta + C \cos \gamma + R \sin \phi = S \quad (2)$$

$$E \sin \theta + C \sin \gamma + R \sin \phi = R \cos \phi \quad (3)$$

Nga ekuacioni (2) dhe (3) eliminojmë këndin γ ; pjesëtojmë gjatësitë e hallkave të mekanizmit me S; shënojmë me:

$$e = \frac{E}{S}; \quad c = \frac{C}{S}; \quad r = \frac{R}{S};$$

dhe marrim;

$$\sqrt{c^2 + (r \cos \phi - e \sin \theta)^2} = 1 - e \cos \theta - r \sin \phi \quad (4)$$

E zgjidhim ekuacionin (4) për ϕ dhe kemi:

$$\sin \phi = \frac{a \cdot b \pm d \sqrt{b^2 + d^2 - a^2}}{b^2 + d^2} \quad (5)$$

$$a = 1 + e^2 + r^2 - c^2 - 2e \cos \theta;$$

$$b = 2 \cdot r \cdot (1 - e \cdot \cos \theta); \quad d = 2 \cdot r \cdot e \cdot \sin \theta \quad (5a)$$

Raporti i shpejtësive merret nga derivimi i ekuacionit (4) përkundrejt θ ; shënojmë me

$$n = \frac{d\phi}{d\theta} \text{ dhe kemi:}$$

$$\frac{(r \cdot \cos \phi - e \cdot \sin \theta)(n \cdot r \cdot \sin \phi + e \cdot \cos \phi)}{\sqrt{c^2 - (r \cdot \cos \phi - e \cdot \sin \theta)^2}} = e \cdot \sin \theta - n \cdot r \cdot \cos \phi \quad (6)$$

Prej ekuacioneve (4) dhe (6), pas thjeshtësimeve, marrim raportin e shpejtësisë:

$$n = \frac{e}{r} \left(\frac{r \cdot \cos(\theta - \phi) - \sin \theta}{e \cdot \cos(\theta - \phi) - \cos \theta} \right) \quad (7)$$

Sinteza: Në fig. 2 jepet relacioni ndërmjet n dhe θ .

$$\begin{aligned} & [e \cdot \cos(\theta - \phi) - \cos \phi] [r \cdot (1 - n) \cdot \sin(\theta - \phi) + \cos \phi] - [r \cdot \cos(\theta - \phi) - \sin \phi] \\ & + [e \cdot (1 - n) \cdot \sin(\theta - \phi) - n \sin \phi] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Prej ekuacionit (7) dhe (8)

$$n^* = \frac{e}{r} \left[\frac{r \cdot (1 - n^*) \cdot \sin(\theta_2 - \phi_2) + \cos \theta_2}{e \cdot (1 - n^*) \cdot \sin(\theta_2 - \phi_2) - n^* \sin \phi_2} \right] \quad (9)$$

ku ϕ_2 është këndi korrespondues i bilancierit që merret nga ekuacioni (5):

$$\sin \phi_2 = \frac{a_2 b_2 - d_2 \sqrt{b_2^2 + d_2^2 - a_2^2}}{b_2^2 + d_2^2} \quad (10)$$

ku $a_i; b_i; d_i$; jepen prej ekuacionit (5a), $\theta_2; \phi_2; n^*$; kënaqin ekuacionin (9), prandaj:

$$n^* = \frac{e}{r} \left[\frac{r \cdot \cos(\theta_2 - \phi_2) - \sin \theta_2}{e \cdot \cos(\theta_2 - \phi_2) - \cos \phi_2} \right] \quad (11)$$

Në mënyrë të ngjashme:

$$\lambda \cdot n^* = \frac{e}{r} \left[\frac{r \cdot \cos(\theta_1 - \phi_1) - \sin \theta_1}{e \cdot \cos(\theta_1 - \phi_1) - \cos \phi_1} \right] \quad (12)$$

$$\lambda \cdot n^* = \frac{e}{r} \left[\frac{r \cdot \cos(\theta_3 - \phi_3) - \sin \theta_3}{e \cdot \cos(\theta_3 - \phi_3) - \sin \phi_3} \right] \quad (13)$$

Vlerat e s mund të jepen sipas θ_2 :

$$\theta_1 = \theta_2 - \psi' \quad (14)$$

$$\theta_3 = \theta_2 + \psi'' \quad (15)$$

ku ψ' e ψ'' janë vlera të dhëna.

Vlerat përkatëse të ϕ_1 , dhe ϕ_3 merren prej ekuacionit (6) dhe kemi:

$$\sin \phi_1 = \frac{a_1 b_1 - d_1 \sqrt{b_1^2 + d_1^2 - a_1^2}}{b_1^2 + d_1^2} \quad (16)$$

Vlera e θ_2 merret nga derivimi i ekuacionit (7) përkundrejt θ dhe barazimi me zero [5] (punohet në programin aplikativ MathCad). Ky kusht na jep:

$$\sin \phi_3 = \frac{a_3 b_3 - d_3 \sqrt{b_3^2 + d_3^2 - a_3^2}}{b_3^2 + d_3^2} \quad (17)$$

Ekuacionit (9) – (17) janë ekuacionet simultane që mund të zgjidhen për nëntë të panjohura. Nëse vlerat e n^* ; λ ; ψ' ; ψ'' janë të përcaktuara atëherë të panjohura janë e , c , r , θ_1 , θ_2 , θ_3 , ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 .

Analiza mund të thjeshtohet me përaftrim të ekuacioneve në lidhje me θ_3 derisa ato të kënaqen automatikisht me përjashtim të ψ'' që përcaktohet pas sintezës. Kështu kjo është e favorshme jo për të përdorur të gjithë parametrat e mekanizmit, por duke lënë disa të lirë, të cilët mund të përdoren për plotësimin e hapësirës së kërkuar [1, 2]. Pra, kemi 6 ekuacione të cilat mund të zgjidhen për c , r , θ_1 , θ_2 , ϕ_1 , ϕ_2 . Vlera e e është zgjedhur sipas konsideratave të projektimit.

Algoritmi për zgjidhjen numerike

Sistemi i ekuacioneve që duhet të zgjidhen janë ekuacionet (9), (10), (11), (14) dhe (16). Ekuacionet (9), (11) dhe (12) i shkruajmë në formën:

$$F_1 = e \cdot r \cdot (1 - n^*)^2 \cdot \sin(\theta_2 - \phi_2) + e \cdot \cos \theta_2 + r \cdot n^{*2} \sin \phi_2 \quad (18)$$

$$F_2 = e \cdot r \cdot (1 - n^*) \cdot \cos(\theta_2 - \phi_2) + e \cdot \sin \theta_2 + r \cdot n^* \cos \phi_2 \quad (19)$$

$$F_3 = e \cdot r \cdot (1 - n^*) \cdot \cos(\theta_1 - \phi_2) + e \cdot \sin\theta_1 + r \cdot n^* \cdot \cos\phi_1 \quad (20)$$

Vlerat e duhura të c dhe r bëjnë $F_1 = F_2 = F_3 = 0$.



Figura 2. Lidhja midis n dhe θ

Përdoret një skemë iterative, metoda 'double false' [6, 7], si më poshtë:

- pranohet një vlerë $r < 1 + e$; një vlerë e mirë nisjeje është $r = e/n^*$.
- Hapësira e lejueshme e s është: $1 + e - r \leq c \leq 1 - e + r$; pra një vlerë fillestare për c merret e barabartë me $1 - e + r - \varepsilon$; ε është një vlerë e vogël.
- Pranohet një vlerë fillestare për θ_2 .
- Vlera korresponduese e θ_2 llogaritet prej ekuacionit (10).
- F_1 llogaritet prej ekuacionit (18).
- Pranohen vlera të tjera të θ_2 . Përsëriten hapat "d" dhe "e" derisa të ndryshohet shenja e F_1 .
- Metoda përsëritet derisa madhësia e F_1 të jetë më e vogël se një vlerë e lejuar e gabimit, po themi e rendit 10^{-6} .
- F_2 e llogarisim prej ekuacionit (19)
- Vlera e c është ndryshuar, përsëritet hapi "c" dhe "h" deri sa të ndryshojë shenja e F_2 .
- Metoda aplikohet derisa vlera e F_2 të jetë më e vogël se 10^{-6} . Vlerat e θ_2, ϕ_2 dhe të

c merren të tilla që të kënaqin ekuacionet (9,10,11).

k. Përsëriten hapat "b" dhe "g".

l. Nga ekuacioni (14) gjendet vlera e θ_1 .

m. Nga ekuacioni (20) nxjerrim vlerën e F_3 .

n. Ndryshon vlera e c dhe përsëriten hapat "c, d, e, f, g, l, m" derisa të ndryshojë vlera e F_3 .

o. Metoda aplikohet derisa vlera e F_3 të jetë më e vogël se 10^{-6} . Vlerat e $\theta_2, \theta_1, \phi_2$ dhe të c merren të tilla që të kënaqin ekuacionet (14; 16; 18 dhe 20).

p. Disa vlera të r pranohen sipas hapat "a". Për secilën përcaktohet vlera e c në hapin "j", dhe formulës (14)

Një printim na jep dy lakore që paraqesin $F_3 = 0$, $F_2 = 0$ të cilat ndërpriten në një pikë, Figuren 3.

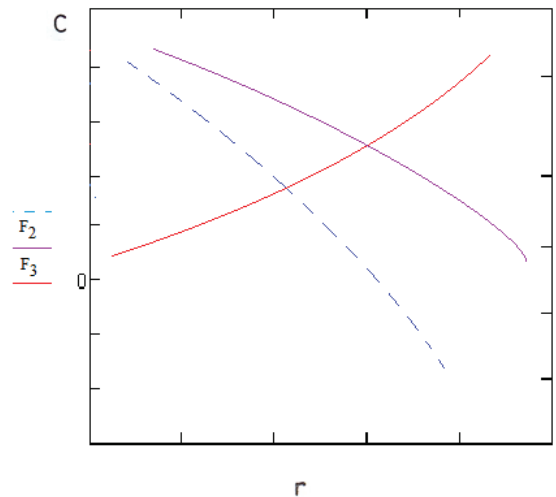


Figura 3. Ndryshimi i c në lidhje me r

Vlerat e c dhe r në këtë pikë janë vlerat vetjake. Ndërsa vlera të ndryshme të c përkundrejt r do të japin vetëm një lakore (me vijë të ndërprerë, fig. 3). Në këtë rast mund të aplikohet metoda "double false" për të përcaktuar vlerat vetjake (të c dhe r).

BIBLIOGRAFIA

- Erdman A.G., Sandor G.N., Mechanism Design, Analysis and Synthesis, Vol. I and II (2004).

2. Korbi R., Sinteza e mekaniizme plane me leva (1995).
3. Belfiore, N.P., Di Benedetto A., Pannestri E., Fondamenti di meccanica applicata alle macchine, CEA - Casa Editrice Ambrosiana (2005).
4. Shigley J.E. Cinematic Analysis of Mechanisms, Mc Graw-Hill Book Company, New York, pp. 326-356, (1989).
5. Artobolevski I. Mechanisms in modern engineering design - A hand-book for engineers, designers, and inventors, Moscow, MIR, 1976.
6. Waldron K.J. "Improved Solutions of the Branch and order problems of Burmester linkage synthesis", Journal of Mechanism and Machine Theory, 13 (1978), pp. 199-207
7. Ostrowski A.M. Solutions of Equations and System of Equations, Academic Press, New York (1970).